MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

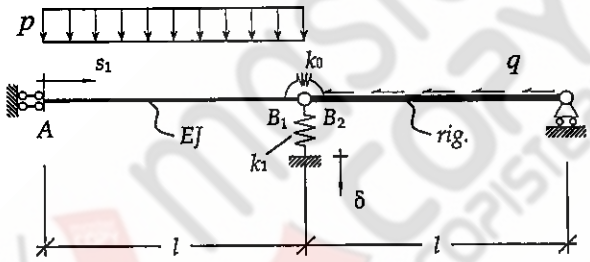
Università di Pisa
Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Esame di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI
Corso di Laurea in Ingegneria Civile e Ambientale

(docente: Prof. Ing. Stefano Bennati)

Prova scritta del 22 febbraio 2013 – parte I

Problema. Nel sistema di figura la trave AB è flessibile ma inestensibile e soggetta a un carico distribuito trasversale costante, d'intensità p per unità di lunghezza della linea d'asse. A sua volta, la trave BC è rigida e soggetta a un carico distribuito assiale costante d'intensità q per unità di lunghezza della linea d'asse.



1) Scrivere l'equazione differenziale e le condizioni al bordo per il tratto AB che permettono di risolvere il problema mediante il metodo della linea elastica. In particolare, dopo aver indicato le condizioni in A, esprimere il momento flettente in B_1 in funzione dello spostamento $v_1(l)$ e della rotazione $v_1'(l)$ e determinare la condizione mancante attraverso considerazioni di equilibrio globali. [10]

2) Risolvere il sistema mediante il metodo delle forze, scegliendo come incognita iperstatica X_1 il valore della reazione verticale dell'appoggio elastico. In particolare:
   - determinare le espressioni delle caratteristiche della sollecitazione nei sistemi F_0 ed F_1 e tracciarne con cura i diagrammi quotati; (*)
   - scrivere l'equazione di elasticità e calcolare i valori dei coefficienti di Müller-Breslau η_{1}, η_{10} e η_{11}. [16]

3) Determinare, nel caso limite nel quale le rigidezze delle molle k_0 e k_1 possano essere considerate infinite e utilizzando il metodo della linea elastica, lo spostamento verticale della sezione A. [4]

(*) Att.ne: il disegno dei diagrammi è parte essenziale della soluzione.

Avvertenze: scrivere su ogni foglio protocollo il proprio nome, cognome e numero di matricola e corso di laurea; alla fine della prova, consegnare tutti i fogli utilizzati.

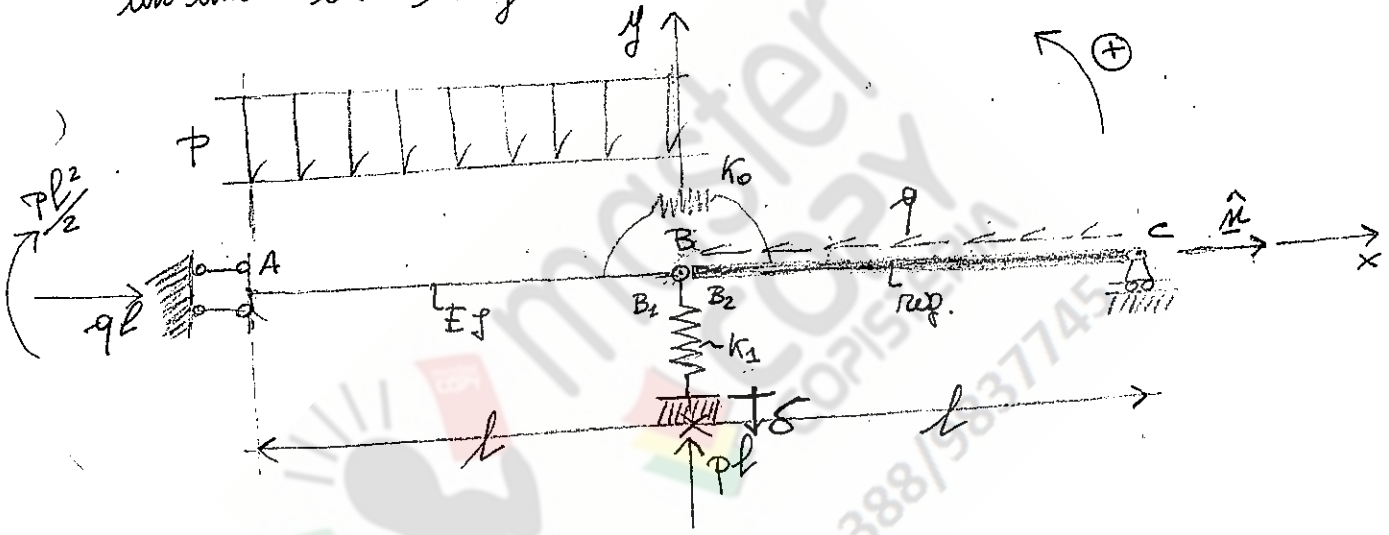
Studente _____ *(matricola:* _____*)*

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

master COPY COPISTERIA 050/8312126 388/9837745

Compito del 22/02/2013

Problema. Nel sistema di figura la trave AB è flessibile ma inestensibile e soggetta ad un carico distribuito trasversale costante, d'intensità p per unità di lunghezza della linea d'asse. A sua volta, la trave BC è rigida e soggetta ad un carico distribuito assiale costante d'intensità q per un'unità di lunghezza della linea d'asse.



Dal punto di vista cinematico:

$$\begin{cases} n = p \cdot d \cdot l = 6 \\ v = p \cdot d \cdot v = 6 \end{cases} \Rightarrow n \not> v \Rightarrow \text{sistema non labile}$$

essendo che ci sono le due molle il sistema fa equilibrio ai carichi e quindi non è più labile.

Dal punto di vista statico: è staticamente determinato perché abbiamo 4 reazioni vincolari che vengono esplicate dai vincoli della struttura e abbiamo 3 equazioni della statica più una equazione ausiliaria.

$$x: \quad X_A - q\cdot l = 0 \quad \Rightarrow \boxed{X_A = q\,l}$$

$$y: \quad Y_B + \cancel{Y_C} - p\,l = 0 \quad \Rightarrow \boxed{Y_B = p\,l}$$

(3) $M(A)$: $\quad Y_B\,l + \cancel{Y_C\,2l} - p\,l\left(\frac{l}{2}\right) + M_A = 0$

$$M_B^{I} = 0: \quad \frac{p\,l^2}{2} + M_A = 0 \Rightarrow \boxed{M_A = -\frac{p\,l^2}{2}}$$

$$M_B^{II} = 0: \quad Y_C\,l = 0 \Rightarrow \boxed{Y_C = 0}$$

dalla (3): $\quad Y_B\,l - \frac{p\,l^2}{2} - \frac{p\,l^2}{2} \Rightarrow p\,l^2 - p\,l^2 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{0 = 0}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

(1) Scrivere l'equazione differenziale e le condizioni al bordo per il tratto AB che permettono di risolvere il problema mediante il metodo della linea elastica.

In particolare, dopo aver indicato le condizioni in A, esprimere il momento in B_1 in funzione dello spostamento $v_1(l)$ e della rotazione $v_1'(l)$, e determinare la condizione mancante attraverso considerazioni di equilibrio globali.

Equazioni Differenziali

(AB) $\quad EJ\, v_1^{IV}(s_1) = p$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Condizioni al bordo

(1) $\boxed{v_1'(0) = 0}$

(2) $\boxed{v_1''(0) = 0}$

↖ Essendo che il pendolo come spostamento trasversale non è soggetto a momento libero ⇒ non ci deve essere nessuno sforzo lungo lo spostamento trasversale

(3) $M_{B1} = F_{m_1}^{\text{elastica}} + F_{m_2}^{\text{elastica}} = K_0 \cdot v_1'(l) + K_0 \dfrac{v_1(l)}{l} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{M_{B1} = K_0 \left(v_1'(l) + \frac{v_1(l)}{l} \right)}$$

$F_{m_2}^{\text{elastica}} = K_0 \vartheta$ ⇒ calcoliamoci ϑ:

dalla formula della cinematica rigida:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_C + \vartheta \hat{k} \wedge (B - C) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{v}_B = \vartheta \hat{k} \wedge (l \hat{i}) = \vartheta l \hat{j} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_B = \vartheta l \Rightarrow \vartheta = \frac{v_B}{l} = \frac{v_1(l)}{l}$$

$$F_{m_2} = K_0 \cdot \frac{v_1(l)}{l}$$